

VRSVF MF2025-12-05

Na tem izpitu študent dobi dve na slepo izbrani vprašaji izmed desetih možnih. Študent se je učil le polovico vprašanj (5), a na vsoto, ti se ga ni učil, z verjetnostjo 20% uganem odgovor (neodvisno).
 a se it. ^{izbranih} vprašanj, ti se jih študent ni učil, a je uganil odgovor.
 $U \sim ?$

naš bo z število izbranih vprašanj, ti jih študent zna.

z	$P(z=z)$
0	$\frac{5 \cdot 4}{10 \cdot 9} = \frac{2}{9}$
1	$\frac{5 \cdot 5}{10 \cdot 9} = \frac{5}{9}$
2	$\frac{5 \cdot 4}{10 \cdot 9} = \frac{2}{9}$

$$z \sim \text{Hip}(2, 5, 10)$$

$$P(U=2) = P(z=0) \cdot P(U=2 | z=0) = \frac{2}{9} \cdot 0,2^2 \approx 0,0089$$

$$P(U=1) = P(z=0)P(U=1 | z=0) + P(z=1)P(U=1 | z=1) = \\ = \frac{2}{9} \cdot 0,2 \cdot 0,8 + \frac{5}{9} = 0,1822$$

$$P(U=0) = P(z=0)P(U=0 | z=0) + P(z=1)P(U=0 | z=1) + \\ + P(z=2)P(U=0 | z=2) = \dots = 0,8089$$

[Realne slučajne spremenljivke]

Distribucije: $P(X=x)$

Realne: $F_X(x) = P(X \leq x)$ - **kumulativna porazdelitvena f. ja**

$X \sim \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0,3 & 0,3 & 0,2 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix}$ je dana distribucija slučajne spremenljivke.

zapiši uleto **4pt**.

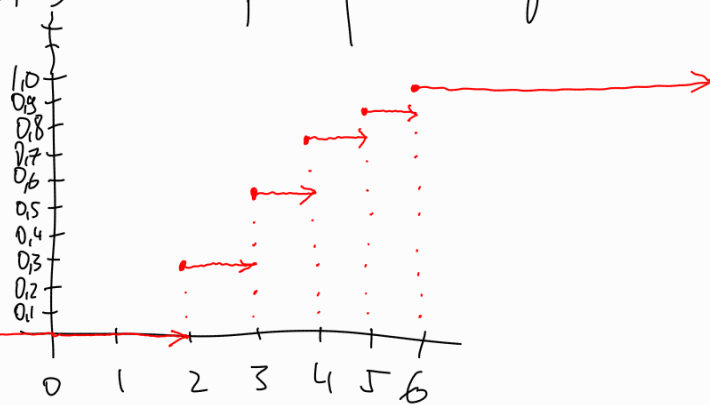
za $x < 2$: $F_X(x) = 0$

za $x \in [2, 3)$: $F_X(x) = 0,3$

za $x \in [3, 4)$: $F_X(x) = 0,6$

za $x \in [4, 5)$: $F_X(x) = 0,8$

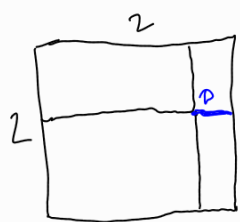
za $x \in [5, 6)$: $F_X(x) = 0,9$ za $x \geq 6$: $F_X(x) = 1$



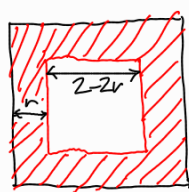
V kvadratu s stranico 2 na slopo izbrano točko.

$r :=$ oddaljenost izbrane točke od najbližje stranice

$$F_D = ?$$



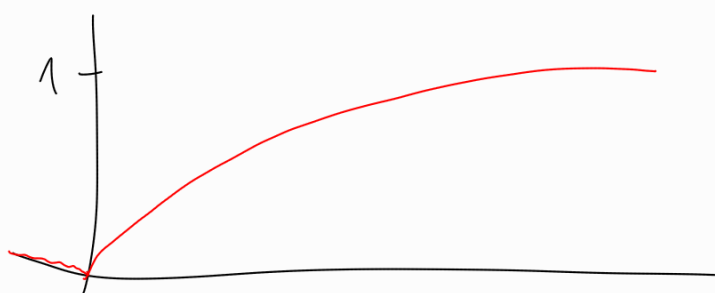
$$P(D \leq r) = \frac{2^2 - (2-2r)^2}{2^2} =$$



$$= \frac{4 - (4 - 8r + 4r^2)}{4} =$$

$$= \frac{4 - 4 + 8r - 4r^2}{4} =$$

$$F_D(r) = \begin{cases} 0 & ; r < 0 \\ r(2-r) & ; 0 \leq r \leq 1 \\ 1 & ; r > 1 \end{cases}$$



Zvezo porazdeljenosti slučajne spremenljivke:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b p_X(x) dx$$

vseeno, je itak zveza

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_X(x) dx = 1$$

de slučajna spremenljivka iz prejšnje vloga porazdeljena zvezo? Če je, kaj je gostota ustre porazdelitve?

$$F_D'(r) = 2 - 2r = p_D(r) \quad \text{na } r \in (0,1).$$

$\hookrightarrow$ gostota

$$p_D(r) = \begin{cases} 0 & ; r < 0 \\ 2 - 2r & ; r \in (0,1) \\ 0 & ; r > 1 \end{cases}$$

$$0 \leq a \leq b \leq 1: P(a \leq X \leq b) = F_D(b) - F_D(a) = \int_a^b \underbrace{p_D(r)}_{f_D'(r)} dr$$

tudi za poljubna $a, b \in \mathbb{R}$, $a \leq b$ velja, to p_D razširimo
 $(a \leq X \leq b) = F_D(b) - F_D(a) = \int_a^b p_D(r) dr$. Sledi, da je
 $P(0=r) = 0$ za vse vse $r \in \mathbb{R}$, torej je D porazdeljena zvezo z gostoto p_D .

F_X je zvezca in odsekoma zvezno odredljiva $\Rightarrow X$ je porazdeljena zvezno $\Rightarrow F_X$ je zvezna.

^N Lot in Simon se dogovorita za zvezo (10 je Branta Lancer) natančno ob osmih pod stavim zvonitov.

A v kuhinji prideta enkrat med osmo in 10 čez osmo, in sicer z enakoverno porazdelitvijo in neodvisno drug od drugega. (fubosumni Mats vse od osmih opeta za vogalom, dokler ne prideta obadva.

M = čas naključnega zatajenja v minutah N ?
kolikšna je verjetnost, da je nats zabal med 5 in 6 minut?

zvezna enakoverna porazdelitev:

$$X \sim U(a, b): \quad p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{if } a < x < b \\ 0 & \text{; sicer.} \end{cases}$$

$$P(M \leq x) = P(\text{lot in Simon oba zamedita najprej } x \text{ minut}) = \frac{x^2}{100}$$

$$f_M(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \leq 0 \\ x^2/100 & \text{if } 0 < x < 10 \\ 0 & \text{if } x \geq 10 \end{cases}$$

M je porazdeljena zvezno z gostoto $f_M(x) = \begin{cases} x^2/100 & \text{if } 0 < x < 10 \\ 0 & \text{; sicer} \end{cases}$

$$P(5 < M < 6) = \frac{6^2}{100} - \frac{5^2}{100} = \frac{36-25}{100} = \frac{11}{100} = 0,11$$

^N

$$p_X(x) = \begin{cases} c/x^3 & \text{if } x > 1 \\ 0 & \text{; sicer} \end{cases}$$

$$c = ? \quad P(2 < X < 4) = ? \quad P($$

...

