

N
std. kocko metemo, dokler ne pade šestica.

$X :=$ število metov $\sim ?$

$k = 1, 2, 3, \dots$

$\{X = k\} = \{ \text{v prvih } k-1 \text{ metih ni šestice,} \\ \text{v } k\text{-tem metu pa je padla šestica} \}$

$$P(X=k) = \left(\frac{5}{6}\right)^{k-1} \cdot \frac{1}{6}$$

$X \sim \text{Geom}(1/6)$

tež porazdelitvi se veče
GEOMETRIJSKA.

N ^{example}
Variacija naloge: kocko metemo, dokler šestica ne pade 10-krat.

$k = 10, 11, 12, \dots$

$\{X = k\} = \{ \text{v prvih } k-1 \text{ metih šestica pade natanko} \\ g\text{-krat, v } k\text{-tem pa še zopet šestica} \}$

$$P(X=k) = \binom{k-1}{g} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^g \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{k-1-g} \cdot \frac{1}{6} =$$

$$= \binom{k-1}{g} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^g \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{k-1-g}$$

$X \sim \text{Pas}$ oz. $\text{NegBin}(10, 1/6)$

N
Potem kovanec metemo, dokler ne pade cifra, nato pa
njo pa gub. $X :=$ št. metov $\sim ?$

$\{X = k\} = \bigcup_{m \in \{0, \dots, k-1\}} \{ \text{m-krat pade gub, nato } k-m-1 \text{ cifre in nato gub} \}$

$$P(X=k) = \sum_{m=0}^{k-1} \left(\frac{1}{2}\right)^k = \left(\frac{1}{2}\right)^k (k-1)$$

opazimo $X \sim \text{NegBin}(2, \frac{1}{2})$ kombinatorična utemeljitev:

$C_1 C_2 \dots C_1 C_2 \dots C_1 \dots$

$\downarrow$
 $C_1 C_2 \dots C_1 C_2 \dots C_1 \dots$

zamenjamo -bijectivno in verjetnost se ohranja.

N
V dobro premešanem kupu 6 kart so 3 karte
in 3 črne. Iz kupa bue z naračanja vlečemo
karte, vsa dokler črna ne sledi večji ali pa se

izločeno vseh kart. $X :=$ število izločenih kart n ?

$\{X=k\} = \bigcup_{m=0}^{k-2} \{m\text{-karta izločeno črna, potem } k-m-1\text{-karta} \\ \text{rdeča in naposled črna.}\}$

$k \in \{2..6\}$

toda nekateri dogodki so
neenogosti! imamo namreč
 k 3 karte vsake barve.

$$P(X=k) = \sum_{m=0}^{k-2} \underbrace{\frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdots \frac{4-m}{7-m}}_{m\text{-faktorjev}} \cdot \underbrace{\frac{3}{6-m} \cdots \frac{5-k+m}{8-k}}_{k-m-1\text{-faktorjev}} \cdot \frac{3-m}{7-k}$$

sistematsko preverjanje je zapleteno,
bruteforce:

$X=2$: RC $P(X=2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$

$X=3$: $\bar{C}RC$ $\frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{20}$ $P(X=3) = 2 \cdot \frac{3}{20} = \frac{3}{10}$
 $RC\bar{C}$ $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{20}$

$X=4$: $\bar{C}\bar{C}RC$ $\frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{20}$ $P(X=4) = \frac{1}{5}$
 $\bar{C}RC\bar{C}$ $\frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{10}$
 $RCR\bar{C}$ $\frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{1}{20}$

$X=5$: $\bar{C}\bar{C}RC\bar{C}$... $P(X=5) = \frac{1}{10}$
 $\bar{C}RCRC$...

$X=6$: $\bar{C}\bar{C}RCRC$ $\frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{20}$ $P(X=6) = \frac{1}{10}$
 $\bar{C}\bar{C}\bar{C}RRR$ $\frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{20}$

V

...

~~XXXXXX~~

N

Med 16 kartami so 4 piki. Na slovo in dve vrčanki izločimo
7 kart. $X :=$ št. pikov med izločenimi n !

$k = 0, 1, 2, 3, 4$

$\{X=k\}$

$k=0$ $\frac{12}{16} \cdot \frac{11}{15} \cdot \frac{10}{14} \cdot \frac{9}{13} \cdot \frac{8}{12} \cdot \frac{7}{11} \cdot \frac{6}{10}$

...