

VRŠUFMF 2025-11-07

• Thomas Bayes (1701-1761)

YT: "All about that Bayes, no Fisher"

če je $H_1, H_2, \dots$ popoln sistem dogodkov, je

$$P(H_i | A) = \frac{P(H_i) P(A | H_i)}{P(H_1) P(A | H_1) + P(H_2) P(A | H_2) + \dots}$$

→ apriorna verjetnost

↓
pred
dogodkom

aposteriorna verjetnost

↓ po dogodku -- nehan vid: uagnito solato

~~Početna ključna prejetja~~

Manja ugiha vzrmano besedo, ti ima 4 soglasnice in en samoglasnik. Denimo STRAH. Črke se ji pitažujejo/donger za dunge, vstni ved pa je itbran na slopo.

Pogojne verjetnosti, da manja ugame besedo po dolženi številu soglasnikov in samoglasnikov

Sogl.	samogl.	ugame
0	0	0,05
0	1	0,1
1	0	0,15
2	0	0,4
1	1	0,2
2	1	0,6
3	0	0,7

te pogojne verjetnosti
veljajo v glede na
zgodovino.

a.) $P(\text{manja ugame po teh pitazanih črkah})$

b.) $P(\text{verjetnost, da se se pitazali sami soglasniki})$

↓ pri pogoju

manja je uganila po teh črkah)

a.) Hipoteze: $H_L \dots$ samostalnik se pitaze L-tič

$$L \in \{1, \dots, 5\}$$

$$P(H_L) = \frac{1}{5}$$

$$U_3 = \{ \text{manja ugame po teh pitazanih črkah} \}$$

0,0 ; 0,1 ; 1,1 ; 2,1

$$P(U_3 | H_1) = 0,95 \cdot 0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,6 = 0,4104$$

$$P(U_3 | H_2) = \begin{matrix} 0,0 & ; & 1,0 & ; & 1,1 & ; & 2,1 \\ 0,95 & \cdot & 0,85 & \cdot & 0,8 & \cdot & 0,6 \end{matrix} = 0,3876$$

$$P(U_3 | H_3) = \begin{matrix} 0,0 & ; & 1,0 & ; & 2,0 & ; & 2,1 \\ 0,95 & \cdot & 0,85 & \cdot & 0,6 & \cdot & 0,6 \end{matrix} = 0,2907$$

$$P(U_3 | H_5) = P(U_3 | H_4) = 0,85 \cdot 0,85 \cdot 0,6 \cdot 0,7 = 0,33915$$

$$P(U_3) = \sum_{k=1}^5 P(H_k) P(U_3 | H_k) = \frac{1}{5} (0,4104 + 0,3876 + 0,2907 + 2 \cdot 0,33915) = 0,3534$$

$$b.) \quad P(H_4 \cup H_5 | A) = \frac{\frac{2}{5} \cdot 0,33915}{0,3534} = 0,3839$$

$$\frac{P(H_4) P(U_3 | H_4) + P(H_5) P(U_3 | H_5)}{P(U_3)}$$

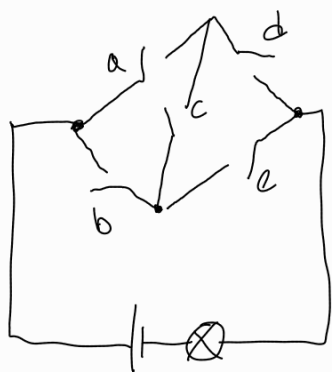
Def.: dogodila sta neodvisna, če je $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.
 Če $P(B) > 0: \Leftrightarrow P(A|B) = P(A)$
 Če $0 < P(B) < 1: \Leftrightarrow P(A|B) = P(A|B^c)$

Dogodki $A_1, A_2, \dots, [A_n]$ so neodvisni, če za poljubne različne indekse $i_1, i_2, \dots, i_k$ velja $P(A_{i_1} \cap \dots \cap A_{i_k}) = P(A_{i_1}) P(A_{i_2}) \dots P(A_{i_k})$.

Če $A_1, A_2, \dots$ in $B_1, B_2, \dots$ neodvisni, $A \in \sigma(A_1, \dots)$

$\Rightarrow A$ in $B_1, B_2, \dots$ neodvisni.

σ -algebra; vse, kar lahko dobimo iz $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{V}$, in $\mathcal{C}$.



Verjetnost, da vezje prepušča tok, je $1/3$.

$$P(\text{vezje prepušča tok}) = ?$$

V... dokažem, da vezje prepušča tok.

$$P(V) = \underbrace{P(C)}_{1/3} P(V|C) + \underbrace{P(C^c)}_{2/3} P(V|C^c)$$

iztek o pogojni verjet.

A, B, D, E neodvisni $\Rightarrow$
 $\Rightarrow A \cup B, D \cap E$ neodvisni
 $\Rightarrow A \cup B, D \cup E$ neodvisni.

A, B, D, E, C neodvisni $\Rightarrow$
 $(A \cup B) \cap (D \cup E) \in \mathcal{C}$ neodvisno

$$P((A \cup B) \cap (D \cup E) | C) = P((A \cup B) \cap (D \cup E)) =$$

$$\stackrel{\uparrow}{=} P(A \cup B) P(D \cup E) = (1/3 + 1/3 - 1/9)^2 = \frac{25}{81}$$

$$P(U|C) = P((A \cap D) \cup (B \cap E) | C) = P(A \cap D) + P(B \cap E) - P(A \cap B \cap D \cap E) =$$

$$= 0,243$$

N ~~Petru & Maria~~

Miha se ocupă cu oile & vinogradii
Janez, Lofz & Stefan. Văz un pui de ciucă al
Gavrilo.

vinogradii	pui de ciucă
Janez	0,6
Lofz	0,4
Stefan	0,1

} pui de ciucă
neodvici

st. vinogradii, ciucă Gavrilo	poziția ciucă, 2a oară	P(B A _i)
0	0,1	P(B A ₀)
1	0,4	P(B A ₁)
2	0,7	P(B A ₂)
3	1	P(B A ₃)

Neașteptat din mlaștă glava în pământ. Totuși
pui "Janez & Lofz" stă și găsește ciucă Gavrilo.
Colitrua se găsește ciucă, 2a oară?

J... Janez din Gavrilo

L... Lofz din Gavrilo

S... Stefan din Gavrilo

B... pui de ciucă.

A_i... i vinogradii se pui de ciucă.

$$P(A_0) = 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,9 = 0,216$$

$$P(A_1) = 0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,9 + 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,9 + 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,1 = 0,492$$

$$P(A_2) = 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,9 + 0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,1 + 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,1 = 0,268$$

$$P(A_3) = 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,1 = 0,024$$

$$P(A_0)P(B|A_0) + P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + P(A_3)P(B|A_3) = P(B) =$$

$$= 0,216 \cdot 0,1 + 0,492 \cdot 0,4 + 0,268 \cdot 0,7 + 0,024 \cdot 1 = 0,43$$

"Moi profesor ține un gimnaziu se vede:
"e notă zădărnici în predarea mili se
na mestu; Raič se prenelita e notă" — Raič

$$P(J \cap L | B) = \frac{P(J \cap L \cap B)}{P(B)} = \frac{P(J \cap L \cap B \cap G) + P(J \cap L \cap B \cap G^c)}{P(B)} =$$

$$= \frac{0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,1 \cdot 1 + 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,9 \cdot 0,7}{0,43} = 0,407$$

[slučajne spremenljivke]

$$X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$$

Distribucije slučajne spremenljivke zadržajo le vredosti $a_1, a_2, \dots, a_n$. Porazdelitev distribucije slučajne spremenljivke

$$X \sim \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ p_1 & p_2 & \dots & p_n \end{pmatrix} \quad P(X = a_k) = p_k$$

$\downarrow$ različne

$$p_k \geq 0, \sum_k p_k = 1$$

$$X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0,3 & 0,15 & 0,15 & 0,15 & 0,15 & 0,1 \end{pmatrix} \text{ nepartiten točka.}$$

$$P(X > 3) = 0,4.$$

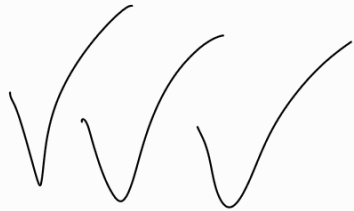
Distribucija enakomerna porazdelitev:

$$\text{Distribucija } \bigcup_k (a_1, a_2, \dots, a_n) = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n} & \dots & \frac{1}{n} \end{pmatrix}$$

Uniformna

N neodvisno vzamemo dva partena tovarna in standardno točko. za vsoto pito na točki dobimo 1 evro, za vsoto cifro na tovarna pa dva evra. S naj bo skupni dobiček v evrih.

$$S \sim ?$$



N Slučajna spremenljivka X zvrzane vredosti v $1, 2, \dots, 103$. Verjetnost, da je X enaka določeni vrednosti, je premo sorazmerna s to vrednostjo.

$$P(X > 3) = ? = \left(\frac{10(10+1)}{2} - \frac{3(3+1)}{2} \right)$$