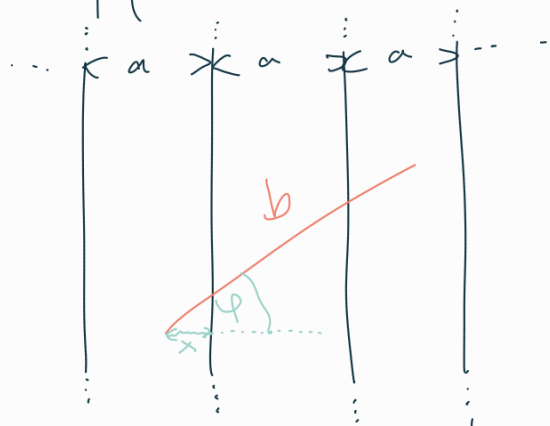


VRSUFMF2025-10-17

[Buffonova igla] George Louis Leclerc (1707-1788)

Imamo papir s črtami, razmaka med njimi je a .

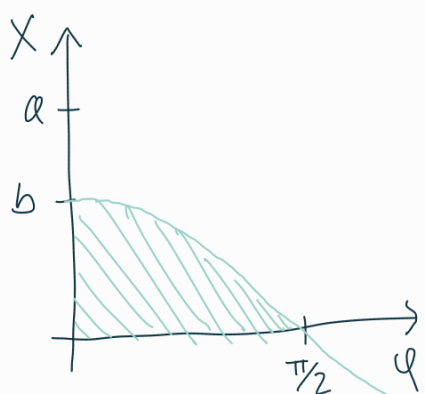


nam; slučajno
vržemo iglo
dolžine b .

$P(\text{igla seka katera od črt}) = ?$

izid opišemo s kotom φ in položajem x
(razdalja levega konca do prve lesne črte).

prostori izidov $\Omega = [0, \frac{\pi}{2}] \times [0, a]$

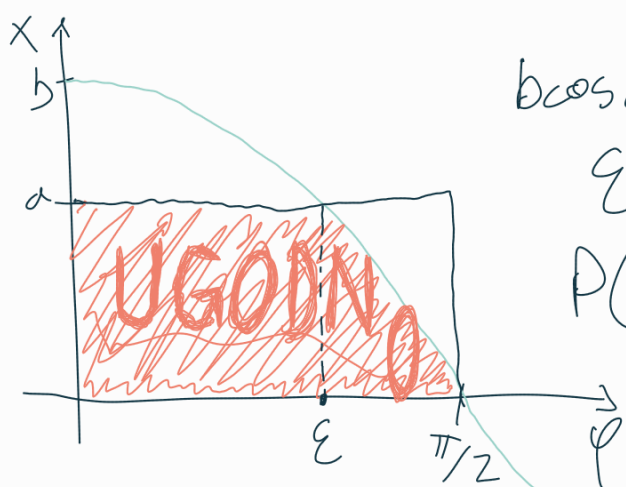


izid je ugoden, če
 $b \cdot \cos \varphi \geq x$

za $a \geq b$

$$P(S) = \frac{1}{a\pi/2} \cdot \int_0^{\pi/2} b \cos \varphi \, d\varphi = \frac{2b}{a\pi} \sin \varphi \Big|_0^{\pi/2} = \frac{2b}{a\pi}$$

za $a \leq b$



$$b \cos \varepsilon = a$$

$$\varepsilon = \arccos \frac{a}{b}$$

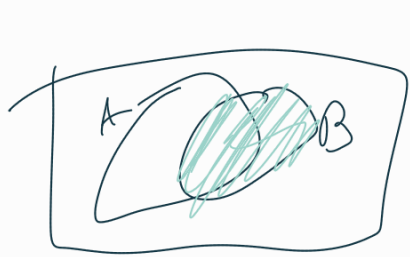
$$P(S) = \frac{2}{\pi a} \left(\int_{\varepsilon}^{\pi/2} b \cos \varphi \, d\varphi + a\varepsilon \right) =$$

$$= \frac{2\varepsilon}{\pi} + \frac{2b}{\pi a} (1 - \sin \varepsilon)$$

$$= \frac{2}{\pi} \arccos \frac{a}{b} + \frac{2b}{\pi a} \left(1 - \sin \arccos \frac{a}{b} \right) = \dots =$$

$$= \frac{2}{\pi} \left(a \sqrt{1 - \frac{a^2}{b^2}} + \frac{b - \sqrt{b^2 - a^2}}{a} \right)$$

[logična verjetnost]



Ω omejimo se na B.

$$P^B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A|B)$$

Razlo so vsi izidi, ki sestavljajo B, enako verjetni, vendar:

$$P(A|B) = \frac{|A \cap B|}{|B|}$$

Vzemo std. kocko.

$A = \{ \text{pade vsaj 4 pike} \}$

$B = \{ \text{pade 6 pike} \}$

$L = \{ \text{pade lih \& pike} \}$

$$P(A|L) = ?, \quad P(B|L) = ?$$

$$\frac{|A \cap L|}{|L|}$$

||

$$\frac{| \{ 5 \} |}{| \{ 1, 3, 5 \} |}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{|B \cap L|}{|L|}$$

$$= 0$$

$$P(A|L) = \frac{P(A \cap L)}{P(L)} = \frac{0,15}{0,6} = 0,25$$

$$P(B|L) = 0$$

b.) kaj pa, če kocka ni poročena in je utežena takole?

1	2	3	4	5	6
0,3	0,15	0,15	0,15	0,15	0,1

N dobro preumislam kar 16 kart, Rued ufin 6e 4 pike.

na slepo brez vračanja izberemo
4 karte.

$A = \{ \text{prva izločena je pit} \}$

$B = \{ \text{med izločenimi sta natančno dva pit} \}$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{\binom{3}{1} \binom{12}{2}}{\binom{15}{3}}}{\frac{3 \cdot 3 \cdot 11}{2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13}} = \frac{\frac{3 \cdot 3 \cdot 11}{2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13}}{\frac{3 \cdot 3 \cdot 11}{2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13}} = \frac{1}{2}$$

15 kart, 3 izberemo, ena mora biti pit

Monty Hallov parados
Monte Halperin (1921-2017)

3 vrata, za eni
je avto, za ostali pa buča. 

Izberemo eno od vrat.

vojaigne odpre eno izmed preostalih dveh
(izbranin vrat ne odpira!) in to tista, za
katere ni je buča.

voja nam ponudi, da si preizkusimo in izberemo
druga vrata ali pa ne.

optimalno si je preizkusiti.

	avto	odpre	buča	verjetnost izida	
	↑	↑	↑	1/6	↓
počezemo levo vrata	A	O	B	1/6	predpostavljamo,
	A	B	O	1/6	da so avto
	B	O	A	1/3	verjetni izidi;
	B	A	O	1/3	da je
					avto v levih,
					srednjih ali
					desnih vratih.