URSVFMF2025-10-03 meta 2025-12-12 I. Kolotvij

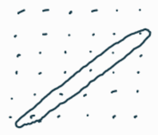
definicije verjetnosti: klasična, statistična, matematična

klasična definicija: Ω je prostor enakoverjetnih izidov.

$$P(A) = \frac{\#\text{izidov, ki so } \in A \subseteq \Omega}{|\Omega|}$$

$P(\text{na pošteni kocki padejo} > 4 \text{ pike}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Vržimo dve std. kocki. $P(\text{pade skupaj } 8 \text{ pik}) = \frac{\overset{\text{razčlenitve } 8 \text{ z } 2 \text{ členoma iz } \{1..6\}}{5}}{\underset{\text{urejenih parov je } 6\cdot 6}{36}}$



pravilo: „slepa izbira" – vse možnosti so enako verjetne.

„slepa neodvisna izbira n stvari" ~ vse možne UREJENE n-terice so enako verjetne.

neodvisno vržimo 5 std. kocke.

$P(\text{na vsaj eni izmed njih pade šestica}) = 1 - P(\text{na nobeni ne pade } 6) =$

$= 1 - P(\text{na vsaki pade} < 6 \text{ pik}) =$

$= 1 - \frac{5^5}{6^5} \approx 0{,}598$

uporabili smo $P(A^c) = 1 - P(A^c)$

N– 3 rdeče, 2 zeleni, 5 belih kroglic je v posodi. Na slepo brez vračanja izvlečemo dve kroglici. Kolikšna je verjetnost, da je prva izvlečena rdeča ali druga zelena?

$$P(\underbrace{\text{prva izvlečena rdeča}}_{R_1} \text{ ali } \underbrace{\text{druga izvlečena zelena}}_{Z_2}) =$$

$$= P(R_1 \cup Z_2)$$

oglejmo si najprej $P(R_1) = \frac{3}{10}$

$$R_1 \cup Z_2 = R_1 \underset{\text{disjunktna}}{\cup} (Z_2 \setminus R_1) = R_1 \cup (B_1 \cap Z_2) \cup (Z_1 \cap Z_2)$$

disjunktna unija

$Z_2 \setminus R_1 = R_1^c \cap Z_2$, $R_1^c = Z_1 \cup B_1$

$P(B_1 \cap Z_2) = \frac{5}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{5 \cdot 2}{10 \cdot 9} = \frac{1}{9}$

$P(Z_1 \cap Z_2) = \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{2}{90}$

$R_1 \cup Z_2 = \frac{3}{10} + \frac{1}{9} + \frac{2}{90} = \frac{27 + 10 + 2}{90} = \frac{39}{90} = \frac{13}{30} \approx 0{,}433\ldots$

DRUGI NAČIN: uporabimo splošno formulo (NVI) druga kroglica je ena izmed dveh

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(R_1 \cup Z_2) = P(R_1) + \overset{= P(Z_1)}{P(Z_2)} - P(R_1 \cap Z_2) = \frac{3}{10} + \frac{2}{10} - \frac{3 \cdot 2}{10 \cdot 9} = \frac{13}{30}$

N

P(izmed 29 slučajnih oseb imata dve rojstni dan na isti dan) =

$= 1 - P(29 \text{ različnih rojstnih dni}) = 1 - \left(\frac{365}{365} \cdot \frac{365-1}{365} \cdot \frac{365-2}{365} \cdot \ldots \cdot \frac{365-28}{365}\right) =$

$= 1 - \frac{365^{\underline{29}}}{365^{29}} \approx 1 - 0{,}319 = 0{,}681$

$$A = \bigcup_{1 \le i < j \le 29} A_{ij}, \quad \text{kjer } A_{ij} = \{\text{i-ta in j-ta oseba imata rojstni dan na isti dan v letu}\}$$

preseki so majhni (dogodki so skoraj disjunktni)

$$P(A) \approx \sum_{1 \le i < j \le 29} P(A_{ij}) = \frac{1}{365} \cdot \frac{29 \cdot 28}{2} = 1{,}1$$ (lol; ta verjetnost ni majhna)

približek: če je n št. ljudi in d št. dni, je

$1 + x \approx e^{x} \quad x \ll 1$

$1 - x \approx e^{-x} \quad x \ll 1$

$$P(\text{n ljudi ima različne rd-je, leto ima d dni}) = 1 - \left(1 - \frac{1}{d}\right)\left(1 - \frac{2}{d}\right) \cdots \left(1 - \frac{n-1}{d}\right) \approx$$

$$\approx 1 - e^{-\frac{1}{d} - \frac{2}{d} - \ldots - \frac{n-1}{d}} = 1 - e^{-\frac{n(n-1)}{d}}$$

za $n = 29$, $d = 365$: $\quad 1 - e^{-\frac{29 \cdot 28}{2 \cdot 365}} = 0{,}671$

N

Loterija Slovenije: igra Tiki Taka:
na kartici je 70 številk. Prekrižamo lahko od 1 do 10 številk. Loterija izžreba 20 številk. Odločimo se prekrižati 10 številk.

dogodek	faktor izplačila
vseh 10 št. izžrebanih	100000
natanko 5 št. izžrebanih	2,5
nobena št. ni izžrebana	1
sicer	0

$\Omega = \{A \subseteq 2^{[70]};\ |A| = 20\}$ Pogled igralca: VVV

Pogled loterije: $P(I_{10}) = \frac{\binom{20}{10}}{\binom{70}{10}}$; $\quad P(I_5) = \frac{\binom{20}{5}\binom{50}{5}}{\binom{70}{10}}$

$$P(I_0) = \frac{\binom{50}{10}}{\binom{70}{10}}$$