ppNPFRI2025-03-10

funkcijski predpis: anonimna / imenovana f-ja

$x \mapsto x^2$ $\qquad$ $f(x) = x^2$

$f := (x \mapsto x^2)$

uporaba/aplikacija: $f(3)$

$(x \mapsto x^2)(3)$

vezane in proste spremenljivke.

λ-račun: sintaksa $\underline{\lambda x . e}$

abstrakcija izraza e na spremenljivko x $\qquad$ 2 $\qquad$ $x \mapsto e$

odslej pišemo aplikacijo $f(x)$ kot $f x$

λ ima zelo nizko prioriteto, vedno veže največ kolikor lahko:

$$\lambda x . e_1 e_2 e_3 = \lambda x . (e_1 e_2 e_3) \neq (\lambda x . e_1) e_2 e_3$$

compose $:= \lambda g.\lambda f.\lambda x.\, g(fx) =$

$= \lambda g f x.\, g f x$

compose g $= \lambda f x.\, g f x$

compose g f $= \lambda x.\, g f x$

const $:= \lambda c x.\, c$ vrne f-jo, ki vedno vrne c.

const t $= \lambda x.\, t$

boolove vrednosti in pogojni stavek.

iščemo λ izraze true, false in if, za katere velja

- if true a b = a
- if false a b = b

$$\text{true} := \lambda xy.x$$

$$\text{false} := \lambda xy.y$$

$$\text{if} := \lambda bte.bte$$

uređeni parovi: želimo

- $\text{first}\ (\text{pair}\ a\ b) = a$
- $\text{second}\ (\text{pair}\ a\ b) = b$

$$\text{pair} := \lambda ab.\overbrace{\lambda f.f\ a\ b}^{\text{„object"}}$$

to hranimo u tom izrazu

$$\text{first} := \lambda p.p(\lambda ab.a)$$

$$\text{second} := \lambda p.p(\lambda ab.b)$$

primer:

$$\text{second}\ (\text{pair}\ a\ b) =$$

$$\text{second}\ ((\lambda xy.\lambda p.pxy)\ a\ b) =$$

$$\text{second}\ (\lambda p.p\ a\ b) =$$

$$(\lambda q.q(\lambda xy.y))(\lambda p.pab) =$$

$$(\lambda p.pab)(\lambda xy.y) = (\lambda xy.y)ab = b$$

[Churchova števila]

Št. n predstavimo z izrazom, ki sprejme f-jo f in jo n-krat uporabi:

$$0 := \lambda fx.x$$

$$1 := \lambda fx.fx$$

$$2 := \lambda fx.f(fx)$$

$$3 := \lambda fx.fffx$$

npr.: $3\ foo\ bar = foo(foo(foo\ bar))$

naslednik:

n število.

$$n\,f\,x = \underbrace{f(f(\ldots f}_{n\text{-krat}}\,x))$$

$$(succ\ n)\,f\,x = \underbrace{f(f(\ldots f}_{n+1\text{-krat}}\,x)) = f(n\,f\,x)$$

$$succ := \lambda nfx.f(nfx)$$

$+ := \lambda n m f x.\ (n f)((m f)\ x)$

števili

$\cdot := \lambda m n f x.\ m (n f) x$

predhodnik:

$\text{pred} := \lambda n.\ \text{second}\ (n\ (\lambda p.\ \text{pair}\ (\text{succ}\ (\text{first}\ p))\ (\text{first}\ p))\ (\text{pair}\ 0\ 0))$

oglejmo si $f(x, y) = (x+1, x)$:

n-krat applyamo f na $(0,0)$ in poberemo second. to je pred.