OMV FMF 2025-02-25

ocena: DN 10% ocene

DN je pogoj za kolokvij

1. kolokvij: torek, 15. april 2025 16:00–18:00

2. kolokvij: torek, 3. junij 2025 16:00–18:00

N

---

problem nahrbtnika.

nahrbtnik z volumnom V in n predmetov z volumni $V_1, \dots, V_n$ in cenami $c_1, \dots, c_n$.

a) katere predmete in kolikšen delež (rezanje dovoljeno) teh predmetov zložiti v nahrbtnik, da bo Σ cen v nahrbtniku čim večja?

b) —||—, predmetov ne moremo rezati.

zapiši kot optimizacijsko nalogo.

↓

trojica $(\Omega, f, \min/\max)$

- Ω — množica dopustnih rešitev
- f — kriterijska funkcija $f: \Omega \to \mathbb{R}$
- min / max — (inf / sup) ne p-r OM

a) $\Omega = \{(x_1, \dots, x_n);\ x_i \in [0,1],\ \sum_{i=1}^{n} V_i x_i \le V\}$

$f(x) = x \cdot c = (x_1, \dots, x_n)(c_1, \dots, c_n) = \sum_{i=1}^{n} x_i c_i$

opt = max

b) $\Omega = \{x \in \{0,1\}^n ; x \cdot v = \sum_{i=1}^{n} v_i x_i \leq V\}$

f, opt = kot zgoraj.

N. poiščite valj s površino A, ki ima največji volumen. zapišite kot opt. nalogo.

$$\Omega = \{(r,h) \in \mathbb{R}_+^2 ; 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot h = A\}$$

$$f((r,h)) = \pi r^2 h$$

opt = max

N. znesek n centov želimo izplačati s kovanci 1, 2, 5, 10, 20, 50 ~~tako~~, da bo št. kovancev čim bolj enako.

zapišite kot opt. nal. in predlagajte postopek reševanja.

$$\Omega = \{(x_1, x_2, x_5, x_{10}, x_{20}, x_{50}) \in \mathbb{N}_0^6 ; \sum_{i \in \{1,2,5,10,20,50\}} x_i \cdot i = n\}$$

$$f = \max\{x_1, \dots, x_{50}\} - \min\{x_1, \dots, x_5\}$$

n centov:

$$n = 88 \cdot k + r ; \quad 0 \leq r < 88$$

omejimo se na $n \leq 87$

– če je $n \geq 50$, vzamemo 50c, ostane nam $n-50$

X_{50} pravično za 1

– če je $40 \leq n < 50$, vzamemo 2x20c, preostane nam

X_{20} pravično za 2

– če je $20 \leq n < 40$, vzamemo 1x20c

X_{20} pravično za 1

– če je $10 \leq n < 20$, vzamemo 1x10c

X_{10} pov. za 1

– $5 \leq n < 10$; vzamemo 5c

X_5 pov za 1

– $0 \leq n < 5$:

0: $\emptyset$

1: X_1 za 1

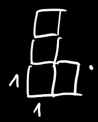
2: X_2 za 1

3: X_2 za 1, X_1 za 1

4: X_2 za 2

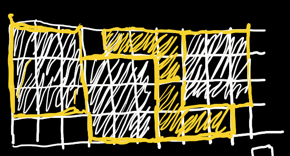
največja vrzlita je 2

N

osnovne plošče velikosti 10×4. radi bi izrezali v plošče velikosti 3×3 in v plošče  .

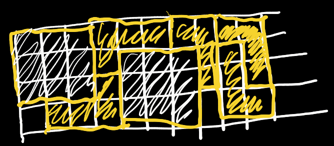
Kako naj to storimo, da porabimo čim manj osnovnih plošč?

1. možnost



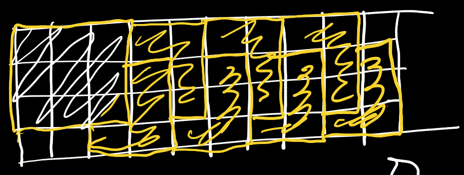
3. □ 2. L

2. možnost



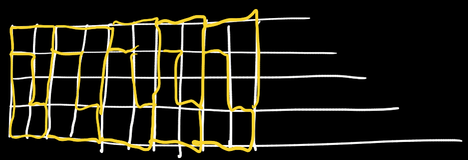
2. □ 5. L

3. možnost



1× □ 7× L

4. možnost



0× □ 10× L

$$\Omega = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{N}_0^n ;\ x_1 \cdot 3 + x_2 \cdot 2 + x_3 \cdot 1 \geq n \text{ in } x_1 \cdot 2 + x_2 \cdot 5 + 7 \cdot x_3 + 10 \cdot x_4 \geq m\}$$

$$f((x_1, x_2, x_3, x_4)) = \sum_{i=1}^{4} x_i$$

$$\text{opt} = \min$$

N

$n \in \mathbb{N}$ na 8×8 šahovnico postavi n trdnjav tako da do vsakega polja pridemo čim hitreje (čim manj potez)

a.) zapiši kot opt. metodo

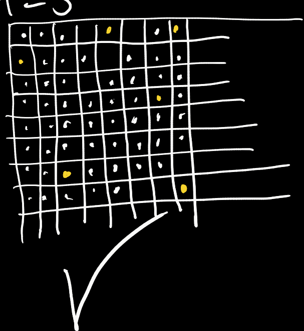
b.) poišči čimboljšo rešitev

a.) $\Omega = \{((x_1,y_1),\dots,(x_n,y_n)) \in (\{0..7\}^2)^n\}$

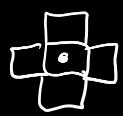
$$f(\dots) = \max_{i,j \in \{0..7\}} \min_{t \in \{1..n\}} \left(|i-x_t| + |j-y_t|\right)$$

opt = min

b.) $n=5$



razdalja 1 gotovo ni, ker

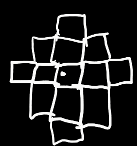


5

5.

$5 \cdot 5 = 25 < 8 \cdot 8 = 64$

razdalja 2:



13

$13 \cdot 5 = 65$

max 2 lahko izgubimo, toda za pokritje vogala izgubimo vsaj 2.