NVM VFMF 2025-11-13

N

Obravnavajte red konvergence tangentne metode za f-jo f če je

- α njena enostavna ničla
- α njena m-kratna ničla

Če poznate kratnost ničle α, popravite tangentno metodo tako, da bo reda vsaj 2.

SPOMNIMO SE, KAJ JE RED:

- α ... neg. fč. $\sim g(\alpha)=\alpha$
- $g'(\alpha) = \dots = g^{(r-1)}(\alpha) = 0$
- $g^{(r)}(\alpha) \neq 0 \Rightarrow$ red je p

$$g(\alpha)=\alpha$$

$$g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

$$g'(x) = 1 - \frac{(f'(x))^2 - f(x) f''(x)}{(f'(x))^2}$$

$$= \frac{f(x) f''(x)}{(f'(x))^2} \xrightarrow[x=\alpha]{\text{vstavi}} \frac{\cancel{f(\alpha)}^{0} f''(\alpha)}{[f'(\alpha)]^2} = 0$$

1.) α je enostavna $g'(\alpha)=0 \Rightarrow$ vsaj drugega reda.

...

N

V nekem naselju danes ($x=0$) živi 2000 odraslih.

V tem naselju je 1250 stanovanj.

Za naslednjih 20 let bo št. ljudi opisovala fja: $f_{\text{LJUDI}}(x:\text{ leto}) = 1000 + 1000 \cdot 2^{\frac{x}{20}}$

oblasti načrtujejo gradnjo novih stanovanj s konst. hitrostjo 10/leto. Torina načrt, kdaj bo št. oseb enako 2x. št. stanovanj. rešitev določite z enim korakom sekantne metode pri $x_0 = 20$ in $x_1 = 19$.

enačba

$$f_L(x) = 2((250 + 10x))$$

$$1000 + 1000 \cdot 2^{\frac{x}{20}} = 2((250 + 10x))$$

$$0 = 1500 + 20x - 1000 \cdot 2^{\frac{x}{20}} = f(x)$$

določimo ničlo z enim korakom sekantne metode. preverimo, da ničla $\exists$ na $[0, 20]$

$f(0) = 500 \quad f(20) = -100$ ✓

$$\frac{f(x)}{20} = f_1(x) = 75 + x - 50 \cdot 2^{\frac{x}{20}}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f_1(x_1)(x_1 - x_0)}{f_1(x_1) - f_1(x_0)} =$$

$$= 19 - \frac{f_1(x_1)(-1)}{f_1(x_1) + 5} = 19 - \frac{1{,}6}{2{,}4} = 17{,}9$$

po cca 17,9 letih.

[SISTEMI LINEARNIH ENAČB]

dokažite, da ničle polinoma

$$p(x) = x^n + x^{n-1} a_{n-1} + \dots + a_0$$

ustrezajo

...

[VEKTORSKE NORME] $\|x\|_1 = \sum_i |x_i| \qquad \|x\|_\infty = \max |x_i|$

$\|x\|_2 = \sqrt{\sum_i |x_i|^2}$

[MATRIČNE NORME] $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$

$$\|A\|_1 = \max_{j=1..n} \left\{ \sum_{i=1}^{n} |a_{ij}| \right\}$$

$$\|A\|_\infty = \max_{i=1..n} \left\{ \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}| \right\}$$

očitno $\|A^H\|_\infty = \|A\|_1$

Frobeniusova: $\|A\|_F = \sqrt{\sum_i \sum_j |a_{ij}|^2} = \operatorname{trace}(A^H A)$

$$\|A\|_2 = \max \sigma_i(A) = \max \sqrt{\lambda_i(A^H A)}$$

a.) let $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 5 & 4 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$. izračunajte $\|A\|_1$, $\|A_\infty\|$ in $\|A\|_F$

b.) let $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. izračunajte $\|A\|_2$.