IRMPFMF 2025-02-18

meta: · 2 kolokvija nadomestita pisni izpit
· ustni teoretični izpit

kdor naredi s kolokviji, gre lahko na kateri koli ustni rok, kdor naredi z izpitom, pa mora iti v točno tistem roku

ALGEBRA: kolobarji in obsegi

[KOLOBAR]

$(K, +, *)$

set $+: K \times K \to K$ $\quad *: K \times K \to K$

notranjost, K abelova grupa, distributivnost

če je · asoc : $(K, +, *)$ asoc kolob

komut : komut

z enoto 1 : unitalni/z enoto

so vsi el $K \setminus \{0\}$ obrnljivi $\to$ kolob z deljenjem

→ soda cela števila

$2\mathbb{Z}$ so kolobar, ki je asoc in komut, a ne unit

kot kolobar označimo asoc kol z enoto.
v prihodnje

obseg je asociativen unitalen komutativen kolobar z deljenjem.

nekateri pravijo, da je obseg asoc uni kol z del (brez kom) in polje   kom obseg

field
division algebra

pri tem predmetu bo obseg asoc unit kom z deljenjem.

Primer: K kolobar

- $K[x]$ polinomi s koeficienti v K.

$$k_0 + k_1 x + k_2 x^2 + \dots + k_n x^n.$$

$K[x]$ je asociativen/komutativen/unitalen, kakor hitro je tak tudi K.

četudi v K lahko delimo, v $K[x]$ ne moremo. noben polinom pozitivne stopnje ni obrnljiv

$$K[x,y] := (K[x])[y]$$

- $M_n(K)$ matrike s koef iz K.

K asoc $\Rightarrow$ $M_n(K)$ asoc

K unit $\Rightarrow$ $M_n(K)$ unit

K komut $\not\Rightarrow$ $M_n(K)$ komut

za $n>1$

let $(K, +, \cdot)$ kolobar

$L \subseteq K$, zaprta za $+, \cdot$ $(L, +, \cdot)$ je

L podkolobar v K, $L \leq K$.

prenesejo se: asociativnost

- $\mathcal{F}(X, K) := \{$ f-je $f: X \to K\}$

  $+, \cdot$ v K razširimo:

  $f+g: x \mapsto f(x) + g(x)$

  $f \cdot g: x \mapsto f(x) \cdot g(x)$

- $\mathbb{Z}_n = \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$

  $+_n, \cdot_n$ sešt. in množ. po modulu n

  $\Rightarrow (\mathbb{Z}_n, +_n, \cdot_n)$ je komut asoc unit kolobar

- $p(x) \in K[x]$

  $\left(\underline{K[x]/p(x)}, +_{p(x)}, \cdot_{p(x)} \right)$

  $\hookrightarrow$ polinomi s stopnjo strogo manjšo od stopnje $p(x)$

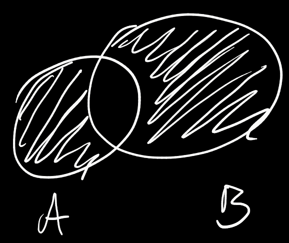
$(a \cdot_n b) \cdot_n c = a \cdot_n (b \cdot_n c)$

- $(2^X, \cup, \cap)$ ni kolobar. ni inverzov

boolov kolobar

- $(2^X, +, \cap)$ je kolobar za

$$A + B = (A - B) \cup (B - A)$$



$A + A = \emptyset$

$A = -A$

ni $\cdot$ inverzov, enota $\cdot$ je X