N

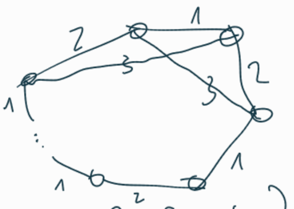
3-regularnemu hamiltonovemu grafu določi kromatični indeks χ'!

vemo: $\chi' G \in \{3, 4\}$

↓

bi bil razreda I, II

↓ bipartitni K_{2n} ↓ K_{2n+1}



vozlišč je sodo po lemi o rokovanju ker je 3-reg.

zunanji hamiltonov cikel: 2 barvi; 3. barva za diag.

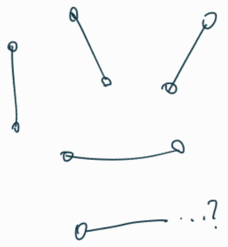
N

d-regularen na liho vozliščih. dokaži $G \in$ II.

⇒ d sodo zaradi leme o rokovanju.

Denimo $\chi' G = d$: $\chi' G \in \{d, d+1\}$

vsako vozlišče ima eno povezavo barve 1. (in tudi vsake druge barve).



toda vozlišč je liho.

sodo 2.(povezav barve 1) = $|V_G|$ ~ liho

toda dve povezavi si ne delita vozlišča.

toda vozlišč je liho.

⇒

lihi polni grafi so razreda II.

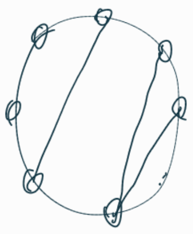
d-regularen graf na liho vozliščih ⇒ razred 2

N

vsak zunanjeravninski graf lahko pobarvamo po vozliščih s 3 barvami.

Zunanjeravninski graf ne sme imeti minorja/subdivizije K_4, $K_{3,2}$ in K_5, $K_{3,3}$.

(vsako vozlišče leži na zunanje lice).



poskus:

Indukcija po številu vozlišč: ✓

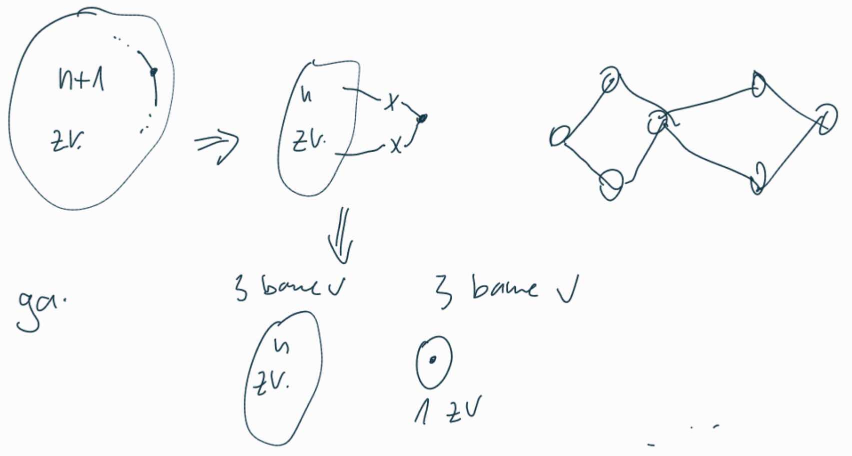
BAZA: n=1 ∘ ✓

n=2 ✓

n=3 ✓

KORAK: predpostavimo n je zv. pob. s 3 bar.

vemo: zv. ima vozlišče stopnje 2 → vzemimo ga.



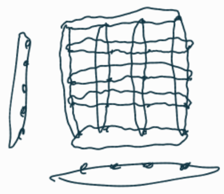
Lažje: glejmo zr. graf in mu dodajmo univerzalno vozlišče:

— to je ravninski graf

↳ to je 4. barve

N

$C_n \square C_m$



$\chi'(C_n \square C_m) \in \{4,5\}$

če sta n in m liha

→ n·m liho

iz prejšnje naloge sledi $\Rightarrow$ $C_n \square C_m \in II$

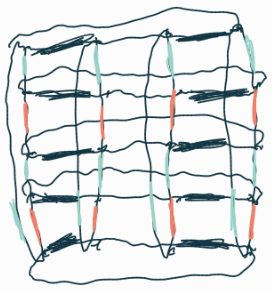
$\chi' C_n \square C_m = 5$

n, m soda: $\underset{\text{bipart}}{C_n} \square \underset{\text{bipart}}{C_m} = \underset{\text{bipart}}{C_m \square C_n}$

dvodelni graf $\in I$ $\Rightarrow$ $C_m \square C_n \in I$.

n, m različne parnosti: BŠS n sod, m lih.

postopoma dokazati, da obstaja 4 barvanje:



sodi cikel barvamo z in

lihi cikel pa z in .

NTS: pav process settable sind range.

N

Kneserjeva domneva: (zdaj dokazana)

$\chi K(n,k) = n-2\cdot k+2$

$K(n,k)$ Kneserjev graf.

$V(K(n,k))$ so k-podmnožice $\{1..k\}$

vozlišči sta sosednji, če sta k-podmnožici disjunktni

dokažimo:

$\chi K(n,k) \le n-2k+2$

$K(6,2)$:

12	13	14	15	16
23	24	25	26	
34	35	36		
45	46			
56				

...

N

$\alpha P = 4 = \alpha K(5,2)$ $\alpha K(n,k) = ?$

N

dominacijsko število ~ γG

koliko dam lahko postavimo na šahovnico, da se ne napadajo?

to je $\alpha(D_n)$, če je D_n domin graf