

N



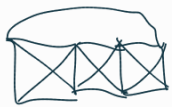
dobri a je ravninski

$$|E_G| \leq 3|V_G| - 6$$

$$16 \leq 3 \cdot 8 - 6 = 18 \checkmark$$



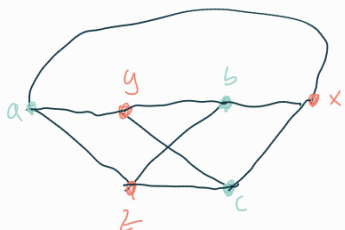
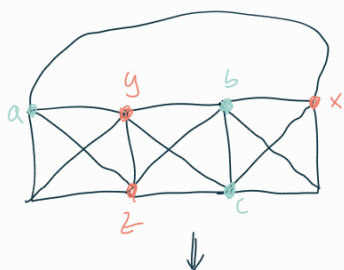
je ravninski.



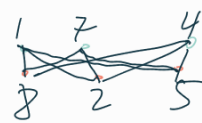
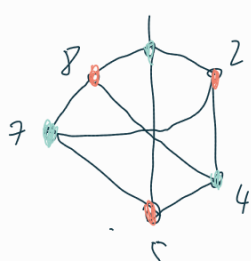
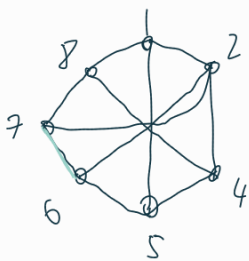
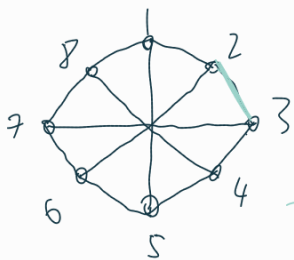
$$|E_G| \leq 3|V_G| - 6$$

$$17 \leq 18 \checkmark$$

ni ravninski saj:

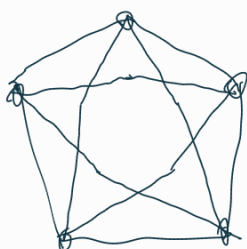
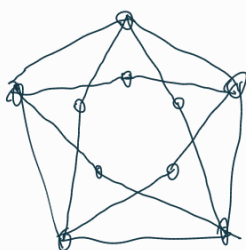
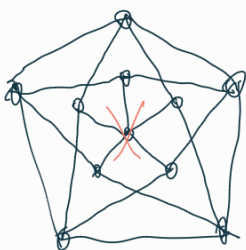


N

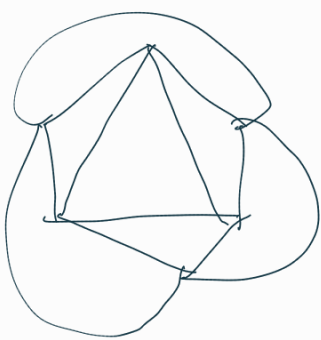
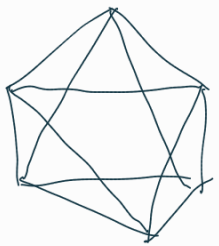


Vsebuje minor $K_{3,3}$

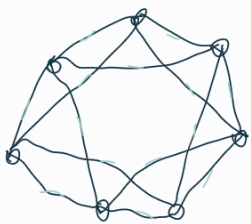
N



K_5 je subdiv.



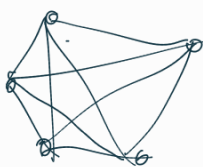
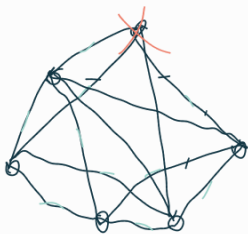
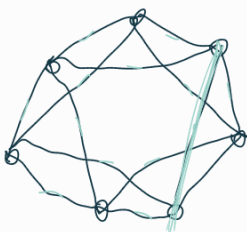
je ravninski



"če pa je tudi to simbol kate veroizpovedi, pa ne vem" -- asist.

$$|E_G| \leq 3|V_G| - 6$$

$$14 \leq 3 \cdot 7 - 6 = 21 - 6 = 15 \quad \checkmark \text{lahko je...}$$



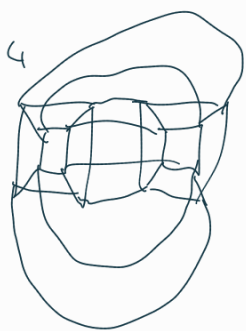
to bot urlov

za $n > 0$ pomeni, a je Q_n ravninski.



$\equiv K_2^{on}$

$$n2^n = |EQ_n| \cdot 2$$



$$|E_G| \leq 3|V_G| - 6$$

$$2 \cdot 2^4 \leq 3 \cdot 2^4 - 6 = 48 - 6 = 42$$

$$32 \leq 42 \quad \checkmark \text{lahko}$$

Q_n je biparticijska \rightarrow nima likih robov

$$\hookrightarrow |E_G| \leq 2|V_G| - 4$$

$$32 \leq 32 - 6 = 26 \quad \text{CRK ni ravninski}$$

Q_4 je podgraf Q_n $\forall n \geq 4$,
zato $\forall n \geq 4: Q_n$ ni ravninski.

Definicija: **Povezan ravninski graf** ima vsaj eno
vozišče stopnje ≤ 5 .

\rightarrow Eulerjev formula

lema o rotacijah

$$\sum_{v \in V_G} \deg v = 2|E_G|$$

$$|E_G| - |V_G| + |F_G| = 1 + \sum G = 2$$

PRORAA $\forall v \in VG: \deg_G v > 6 \sim \delta(G) \geq 6$
 \hookrightarrow minimalan stopnja

$$|VG| \cdot 6 \leq \sum_{v \in VG} \deg_G v = 2|EG|$$

$$|VG| \cdot 6 \leq 2|EG|$$

$$|VG| \cdot 3 \leq |EG|$$

tozi $3|VG| - 6 \geq |EG|$



□

let G povezan ravninski graf brez C_3 .
 ima vsaj 1 različna stopnje ≤ 3 :

$$|EG| \leq 2|VG| - 4$$

razporeje:

$$2|EG| \geq 4|VG|$$

$$|EG| \geq 2|VG|$$



N let G povezan 3-regularen ravninski graf.
 vsaka lice je kvadrat C_4 bodisi C_6 let $n := |VG|$

ima natanko 12 petkotnikov

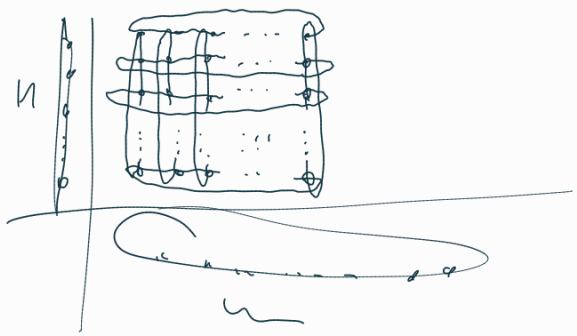
lica C_5 lica C_6

$$2|EG| = 5 \cdot f_5 + 6 \cdot f_6$$

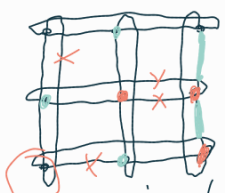
$$|FG| = 2 - |EG| + |VG|$$

...

N $C_n \square C_m$ $n, m \geq 3$



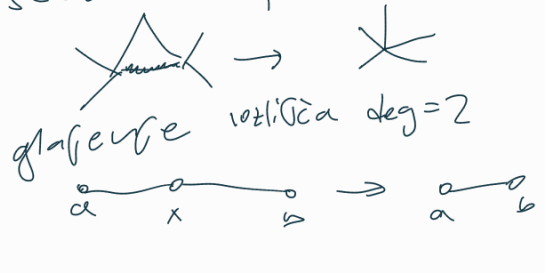
$C_3 \square C_3$



$K_{3,3}$

"ravninski ga navisi"
 "uh okef"
 "ne boš ga uogel"
 "dobro tova"

skrajšitev povezave:



vezan regularen ravninski graf stopnje p , $p \geq 3$

vsa lica inega evklid. vezan $q \geq 3$

katrni so možni p in q

vsa vezala leži na 2 licih

$$2|E_G| = \sum_{F \in \mathcal{F}_G} |F|$$

...

G je zunanjeravninski $\Leftrightarrow G'$ ravninski

graf, ki ga dobimo, če

G dodamo vozlišče in
ga povežemo z vsemi
iz G .

(\Rightarrow) na zunanje lica dodamo vozlišče



$(\Leftarrow) \exists u \in G', \deg_G u = |V_G| - 1$

- u odstranimo
- dobimo lica, ki niso na vse ostala vozlišča
 - \hookrightarrow edino, da je to zunanje lica
 - \hookrightarrow obratno to lica tako, da bo zunanje
- G je zunanje ravninski \Leftrightarrow prej je bil ravninski, zato pa zunanje lica niso na vse vozlišča.

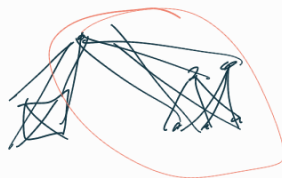
G zunanje ravninski \Leftrightarrow ne vsebuje subdivizijske grafu K_4 ali $K_{2,3}$

G ravninski

(\Rightarrow) : PROBA G vsebuje eno od subdivizijske $K_4, K_{2,3}$



konstruiramo G'



vsebuje $K_{3,3}$, zato
 G' ni ravninski, zato
 G ni ravninski \times

(\Leftarrow): G nima subdivizijske K_4 ali $K_{3,2}$
odklopi se G .

case G' raminski \checkmark

case G' ni raminski (PODRATA):

~~G' vsebuje K_5 ali $K_{3,2}$ kot subdivizijo.~~

potem po izbiri tega vzorca
dobimo G , ki vsebuje eno od K_4

ali $K_{2,3}$ ~~\times~~
