ANA3UFMF 2024-12-02 (zamudil prvo uro)

N (2.)

Vivianijeva krivulja je podana z

$$K = \begin{cases} x^2+y^2+z^2=1 \\ x^2+y^2=x \\ z\geq 0 \end{cases}$$

Parametriziraj K. A je krivulja gladka? Skiciraj projekcijo K na ravnino xz in nato še K v prostoru.

...

NTS BIPARTCIOT

N

Izračunaj krivuljna integrala vektorskih polj $\vec{F}(x,y)=(-x,y)$ in $\vec{G}(x,y)=(y,x)$ po naslednjih poteh:

$\vec{r}(t)=(t,2t)$
$\dot{\vec{r}}(t)=(1,2)$

a) po daljici od izhodišča do točke $(1,2)$

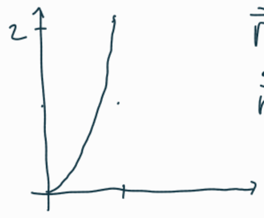
b) po paraboli $y=2x^2$ od izhodišča do točke $(1,2)$.

a)

$$\int_{\text{daljica}} \vec{F}\, dr = \int_0^1 (-t,2t)\cdot(1,2)\, dt = \int_0^1 (-t+4t)\, dt = \int_0^1 3t\, dt = 3\frac{t^2}{2}\Big|_0^1 = \frac{3}{2}$$

$$\int_{\text{daljica}} \vec{G}\, d\vec{r} = \int_0^1 (2t,t)\cdot(1,2)\, dt = \int_0^1 (2t+2t)\, dt = \int_0^1 4t\, dt = 4\frac{t^2}{2}\Big|_0^1 = \frac{4}{2} = 2$$

b)



$\vec{r}(t)=(t,2t^2)$
$\dot{\vec{r}}(t)=(1,4t)$

$$\int_0^1 (-t,2t^2)\cdot(1,4t)\, dt = \int_0^1 (8t^3-t)\, dt = \left(\frac{8t^4}{4}-\frac{t^2}{2}\right)\Big|_0^1 = \frac{8}{4}-\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\int_0^1 (2t^2,t)\cdot(1,4t)\, dt = \int_0^1 (2t^2+4t^2)\, dt = 6\int_0^1 t^2\, dt = 6\frac{t^3}{3}\Big|_0^1 = \frac{6}{3} = 2$$

integrali so enaki ne glede na daljico, ker $\exists u ?: \vec{G}=(u_x,u_y) = (y,x)$

$u = xy$

$\vec{F} = (u_x,u_y) = (-x,y)$

$u = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2$

$$\int \vec{F}\, d\vec{r} = u(\text{končna}) - u(\text{začetna})$$

katerakoli krivulja od začetne do končne točke

∇u

za $\vec{F} = (f_1,f_2,f_3) = (u_x,u_y,u_z)$

$$\int_K \vec{F}\, d\vec{r} = \int f_1 dx + f_2 dy + f_3 dz = \int u_x dx + u_y dy + u_z dz = \int_K du = u(\text{konč}) - u(\text{zač})$$

$d\vec{r} = (dx,dy,dz)$

hilbertova krivulja

$$[0,1] \longrightarrow [0,1]^2$$

$$\xrightarrow[\text{zvezna}]{\qquad\qquad}$$

$$\xleftarrow[\text{ni zvezna}]{\qquad\qquad}$$