

LINEARNA ALGEBRA 2023/24

4. DOMAČA NALOGA

Rok za oddajo: **5. 1. 2024**

1. Reši enačbo

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ x+1 & 2 & x+3 & 4 \\ 1 & x+2 & x+4 & x+5 \\ 1 & -3 & -4 & -5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3x & -1 \\ 6 & x+1 \end{vmatrix}$$

2. Dokaži, da je preslikava $x \mapsto x^{-1}$ avtomorfizem grupe natanko tedaj, ko je grupa komutativna.
3. Prepričaj se, da je množica $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ komutativen kolobar za operaciji

$$(a, b) \oplus (c, d) = (a + c, b + d)$$

$$(a, b) \otimes (c, d) = (ac, bd)$$

Poišči tudi vse deilitelje ničla, tj. neničelne elemente (a, b) , da velja $(a, b) \otimes (c, d) = 0$ ($= e_{\oplus}$) za nek neničeln (c, d) .

4. S pomočjo (razširjenega) Evklidovega algoritma izračunaj $\gcd(x^5 + 2x^4 - x^2 + 1, x^4 - 1)$ in ga izrazi kot linearno kombinacijo teh dveh polinomov.